$\Rightarrow p(E) = 3 \times \frac{2}{27} = \frac{2}{9}$

2) Nommons : D l'événement avoir le dé parfait
D' l'événement avoir le dé truqué

a- $B=D' \cap E \quad \Rightarrow p(B) = p(D') \times p(E/D')$
$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$

b- $C=D \cap E \Rightarrow p(C)=p(D).p(E/D)=\frac{1}{2}.\left[C_3^2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^{3-1}\right]$
$= \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{36} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{144}$

c- $A=(D' \cap E) \cup (D \cap E) = B \cup C$
D'où $p(A)=p(B)+p(C) = \frac{1}{9} + \frac{5}{144} = \frac{7}{48}$ car $B \cap C=\emptyset$

PROBLEME

A-1)a- φ est dérivable sur IR et $\forall x \in IR; \varphi'(x)=e^x(2-x)-e^x=(1-x)e^x$
$\Rightarrow \forall x \in IR; sig(\varphi(x)) = sig(1-x)$.
D'où le tableau de variation de φ

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$\varphi'(x)$		+	0	−	
$\varphi(x)$	-2	↗	e^{-2}	↘	$-\infty$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \varphi(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[2e^x - \underbrace{xe^x} - 2\right] = -2.$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} [e^x(2-x)-2] = -\infty.$

b- • φ est continue et strictement croissante sur $]-\infty;1]$
$\Rightarrow \varphi$ réalise une bijection de $]-\infty;1]$ sur $]-2;e-2]$ contient 0
$\Rightarrow$ l'équation $\varphi(x) = 0$ possède une seule solution dans $]-\infty;1]$.
Comme $\varphi(0) = e^0(2-0)-2 = 2-2 = 0$ alors 0 est la solution précédente.
• φ est continue et strictement décroissante sur $]1;+\infty[$
$\Rightarrow \varphi$ réalise une bijection de $]1;+\infty[$ sur $]-\infty;e-2]$ contient 0
$\Rightarrow$ l'équation $\varphi(x) = 0$ possède une seule a solution dans $]1;+\infty[$.
Bilan : l'équation $\varphi(x) = 0$ possède exactement deux solutions l'une est 0 et l'autre a.

c- $\star\ x < 0 \Rightarrow \varphi(x) < \varphi(0) = 0.$ car φ est ↗ sur $]-\infty;1]$
$\star\ 0 < x < 1 \Rightarrow \varphi(0) = 0 < \varphi(x)$ car φ est ↗ sur $]-\infty;1]$.
$\star\ 1 < x < a \Rightarrow \varphi(x) > \varphi(a) = 0$ car φ est ↘ sur $]1;+\infty[$